

# PIANO ANNUALE DELLE RICERCHE DEL DIPARTIMENTO DI MATEMATICA E INFORMATICA – ANNO 2018

(approvato dalla Giunta di Dipartimento il 19/03/2018)

Le attività di ricerca del Dipartimento si sviluppano trasversalmente lungo tutta l'Area 01 – Scienze matematiche e informatiche (con l'eccezione dei SSD MAT/01 e MAT/09) e nel SSD FIS/03 dell'Area 02 – Scienze fisiche. Di seguito le principali tematiche che si prevede di approfondire suddivise per settore scientifico disciplinare.

## **MAT/02 Algebra**

Si distinguono due ambiti di ricerca:

### **A. Identità polinomiali.**

Ricercatori coinvolti: Antonio Giambruno (PO), Daniela La Mattina (PA), Francesca Benanti (RU), Carla Rizzo (D);

### **B. Algebra categoriale intrinseca.**

Ricercatori coinvolti: Giuseppe Metere (RTDB).

#### 1. Piano di ricerca per l'anno 2018.

##### **A. Identità polinomiali di un'algebra su un campo di caratteristica zero.**

La ricerca è focalizzata nello studio delle identità polinomiali di un'algebra su un campo di caratteristica zero, ovvero nello studio dei T-ideali dell'algebra libera mediante metodi combinatori ed asintotici che fanno riferimento alle rappresentazioni dei gruppi simmetrici e generali lineari. Il calcolo asintotico dei gradi delle rappresentazioni irriducibili del gruppo simmetrico in caratteristica zero è ben noto ed un'analisi della decomposizione del co-carattere di un'algebra in caratteri irriducibili per il gruppo simmetrico permette di ottenere valutazioni asintotiche che determinano invarianti delle corrispondenti varietà. Uno studio analogo è stato iniziato negli ultimi anni riguardante i polinomi centrali di un'algebra associativa. In quest'ambito sono stati definiti due ulteriori invarianti del corrispondente T-spazio dell'algebra libera ed uno degli obiettivi è quello di studiare tali invarianti mettendoli in relazione con gli invarianti noti dei T-ideali. Si studieranno vari aspetti di questa teoria, precisamente:

1. per algebre non associative si cercherà di classificare alcune varietà significative quali ad esempio le varietà quasi nilpotenti. Si cercherà anche di studiare la crescita "overexponential" delle varietà di algebre non associative;
2. per algebre con super-involuzione o involuzione graduata si studieranno le corrispondenti varietà a crescita polinomiale o quasi polinomiale allo scopo di ottenere classificazioni significative in ambiti di rilievo;
3. il legame esistente tra l'involuzione Grassmanniana di una opportuna algebra con superinvoluzione e le varietà di algebre con involuzione sarà ulteriormente sviluppato per ottenere risultati generali validi per PI-algebre con involuzione;
4. analisi e studio del T2-ideale generato dai polinomi Standard graduati, allo scopo di ottenere una nuova caratterizzazione del T2-ideale delle identità graduate di ciascuna delle super-algebre semplici. Una ricerca analoga sarà effettuata nell'ambito delle algebre con involuzione.
5. si studieranno le identità differenziali di algebre significative su cui agisce un'algebra di Lie di derivazioni. Lo scopo primario è quello di determinare la crescita asintotica di tali identità.
6. l'esistenza dei polinomi centrali per le matrici  $n \times n$  ha svolto un ruolo fondamentale per lo sviluppo della teoria delle PI-algebre. Si cercherà di ottenere la crescita esponenziale determinata dai polinomi centrali per un'algebra soddisfacente una identità polinomiale confrontandola anche con la crescita esponenziale determinata dalle identità polinomiali.

Un ulteriore campo di ricerca in quest'ambito potrà riguardare lo studio delle algebre gruppali ed il legame esistente tra le identità polinomiali dell'algebra e le identità gruppali del corrispondente gruppo delle unità. Tale legame fa riferimento ad una congettura di Hartley, risolta alcuni anni fa. Un'evoluzione di questa congettura riguarda problemi di classificazione del gruppo generatore.

**B. Algebra categoriale intrinseca, co-omologia non abeliana e strutture categoriali interne.**

Algebra categoriale intrinseca: un approccio fibrazionale alla co-omologia non abeliana e allo studio delle strutture categoriali interne. Uno studio delle categorie di varietà algebriche (nel senso dell'algebra universale) consiste nella formalizzazione di sistemi di assiomi per i quali certe proprietà delle strutture algebriche in questione diventano proprietà categoriali.

Per il 2018 ci proponiamo di continuare lo studio delle strutture categoriali interne a categorie (non solo) semi-abeliane, e delle loro proprietà, con particolare attenzione agli aspetti co-omologici non-abeliani basso-dimensionali. A questo scopo, si propone una teoria basata sulla nuova nozione di *fiberwise opfibration*, che estende a contesti non abeliani la nozione di *regular span* elaborata da N. Yoneda negli anni '60 del secolo scorso.

2. Fondi con cui si intende attuare le attività delle due linee di ricerca A e B.

**A.** Le visite all'estero saranno finanziate da enti di ricerca d'Israele, Brasile e Canada. Presumibilmente un periodo di ricerca all'estero di uno studente di dottorato sarà finanziato per quanto riguarda il viaggio dallo stesso dottorato.

Sono anche previsti finanziamenti del GNSAGA - INDAM.

**B.** I periodi di permanenza e la partecipazione ai convegni saranno finanziati dai fondi personali ottenuti tramite bando MIUR per il "FAABR: Finanziamento annuale individuale delle attività base di ricerca", da fondi personali di Ateneo, dal gruppo INDAM - GNSAGA e dalla Università catholique de Louvain, Belgio.

3. Livello di internazionalizzazione.

**A.** Sono previsti periodi di permanenza per collaborazioni di ricerca presso la University of Alberta, Edmonton, Canada, il Technion, Haifa, Israele, l'Università di San Paolo, l'Università di Campinas e l'Università Federale di Rio de Janeiro, Brasile. Sono inoltre previste visite di ricerca a Palermo dei prof. E. Aljadeff (Technion, Haifa, Israele), S. Mishchenko (Ulyanovsk State University, Russia), M. Zaicev (Moscow State University, Russia).

**B.** Sono previsti periodi di permanenza con collaborazioni di ricerca presso l'Università Catholique de Louvain, Louvain-la-Neuve, Belgio, e l'Università degli Studi di Milano.

Dal 28 maggio al 1 giugno 2018, organizzeremo (in partnership con Università di Milano e UCL – Louvain-la-Neuve) "CatAlg2018. 4th Workshop on Categorical Algebra: Recent developments and future perspectives", a Gargnano del Garda, Brescia.

E' prevista la partecipazione a convegni nazionali e internazionali, tra cui "Category Theory 2018", 8-14 July 2018, University of Azores.

**MAT/03 Geometria**

Si distinguono due ambiti di ricerca:

**A. Fondamenti di Geometria ed Algebre di Lie.**

Ricercatori coinvolti: Claudio Bartolone (PO), Giovanni Falcone (RU), Alfonso Di Bartolo (RU);

**B. Geometria algebrica.**

Ricercatori coinvolti: Vassil Kanev (PO), Luca Ugaglia (PA), Giulia Buttitta (D).

### 1. Piano di ricerca per l'anno 2018.

#### **A. Fondamenti di Geometria ed Algebra di Lie.**

Sono previste tre linee di ricerca.

1. Lo studio delle derivazioni "compatte" di un'algebra di Lie nilpotente di tipo  $\{2n, 2\}$  ha prodotto nel 2017 una pubblicazione su rivista ISI, che si aggiunge ai tre articoli pubblicati negli anni precedenti, sempre su riviste ISI. Procedendo in questa direzione, s'intendono classificare derivazioni non nulle di algebre di Lie nilpotenti di tipo  $\{2n, 1, 1\}$ .

2. Studio dei codici di Goppa su curve ellittiche, con particolare attenzione al calcolo di una opportuna base dello spazio di Riemann-Roch.

3. Portando avanti le ricerche svolte negli anni passati, che hanno prodotto un articolo pubblicato su riviste ISI di prima fascia, si vogliono caratterizzare quei disegni ottenuti da un campo di Galois in modo che i blocchi siano esattamente i sottoinsiemi di  $k$  elementi la cui somma è zero e i loro automorfismi. Questa ricerca verrà svolta in collaborazione con il prof. Marco Pavone del Dipartimento di Energia, Ingegneria dell'informazione e Modelli matematici.

#### **B. Geometria algebrica.**

Sono previste tre linee di ricerca.

1. Data una curva proiettiva liscia  $Y$ , definita sul campo dei numeri complessi, di genere arbitrario, si vogliono studiare le proprietà modulari dello spazio di Hurwitz che parametrizza i rivestimenti di Galois di  $Y$ , con gruppo di Galois fissato, ramificati in un numero fissato  $n$  di punti. Si vogliono affrontare problemi simili per rivestimenti i cui gruppi di monodromia sono contenuti in un sottogruppo fissato del gruppo simmetrico.

2. Si intende proseguire lo studio dell'anello di Cox di una varietà algebrica definita su un campo non necessariamente chiuso. Da un lato si vuole caratterizzare l'anello di Cox della fibra generica di un morfismo suriettivo proprio tra due varietà algebriche  $X$  ed  $Y$ , in relazione all'anello di Cox della varietà  $X$  ed ai divisori verticali (ovvero divisori che non dominano  $Y$ ). Da un altro lato si intende descrivere l'anello di Cox di una curva ellittica definita su un campo perfetto, in relazione al gruppo di Mordell Weil dei punti razionali sulla curva stessa.

3. Data una varietà torica  $X$ , si intende studiare la costante di Seshadri di un punto che non è fissato dall'azione del toro massimale ma che giace su una curva invariante rispetto a tale azione.

### 2. Fondi con cui si intende attuare l'attività di ricerca.

**A.** In attesa di poter rispondere ai bandi locali, nazionali e internazionali (rispettivamente, bando CoRI e fondi FFR, bando PRIN e GNSAGA, action Marie Curie people), non disponendo di fondi propri, si utilizzeranno le risorse messe a disposizione da altri Atenei (ad es., l'università di Debrecen ha espresso l'impegno a sostenere le spese relative alla collaborazione con quell'Ateneo).

**B.** In parte con i fondi INDAM - GNSAGA (Gruppo Nazionale per le Strutture Algebriche, Geometriche e le loro Applicazioni), in parte con i fondi del "Proyecto Anillo", del CONICYT (Comisión Nacional de Investigación Científica y Tecnológica), Chile. È prevista la partecipazione ad un bando CoRI ed un progetto PRIN.

### 3. Livello di internazionalizzazione.

Le ricerche saranno svolte in collaborazione con colleghi dei seguenti paesi:

**A.** - Ungheria (Agota Figula e Carolin Hannusch, Debrecen);

- Sud Africa (Rory Biggs, Pretoria).

**B.** - Cile (Antonio Laface, Concepcion).

### **MAT/04 Matematiche complementari**

Si distinguono due ambiti di ricerca:

**A. Storia della matematica.**

Ricercatori coinvolti: Cinzia Cerroni (PA), Maria Alessandra Vaccaro (RU), Aldo Brigaglia (CE), Donatella Collura (D), Miglena Asenova (D).

**B. Didattica della matematica.**

Ricercatori coinvolti: Benedetto Di Paola (R); Aaron Gaio (D), Donatella Collura (D), Miglena Asenova (D);

1. Piano di ricerca per l'anno 2018

**A. Storia della matematica.** Sono previste le seguenti linee di studio, precisamente:

**1.** Storia della Geometria Algebrica con particolare riferimento alle opere di Luigi Cremona e Corrado Segre.

**2.** Lo studio e la storia delle trasformazioni quadratiche e il loro ruolo nella prima formulazione del concetto di trasformazione birazionale, partendo dai lavori di L. Magnus e G. Schiaparelli per concludere con quelli di L. Cremona e T. Hirst.

**3.** Le complesse vicende legate allo studio di problemi “elementari” nel corso del tempo, quali quelli relativi alla retta di Simson–Wallace e della ipocicloide tricuspide, seguendone lo sviluppo dai contributi di J. Steiner a quelli di L. Cremona e E. Beltrami.

**4.** Tracciare l’evoluzione storica che partendo dalla configurazione del quadrilatero completo e le relative proprietà, attraverso la catena di Clifford arriva a determinare, per ciascun passo della suddetta catena, la corrispondenza con i politopi nello spazio n-dimensionale.

**5.** La storia dello sviluppo delle geometrie non desarguesiane e non archimedee con quella, a esse collegate, delle algebre (ottonioni, ecc.).

**6.** Ricerche collegate al Circolo Matematico di Palermo, in particolare approfondire i rapporti tra G.B. Guccia, H. Poincaré e G. Mittag Leffler.

**7.** La pubblicazione di carteggi e altro materiale d’archivio con speciale riferimento a Luigi Cremona, G. Battista Guccia, Placido Tardy e ai matematici napoletani.

**8.** Le origini e la successiva formalizzazione matematica delle figure geometriche stellate, dal loro impiego nell’arte alla definitiva matematizzazione da parte di Keplero, passando per i meno noti matematici del medioevo che contribuirono alla loro sistematizzazione teorica.

**9.** Nel quadro della nascita della scienza nazionale italiana durante il Risorgimento, si analizzerà l’influenza della presenza in Italia di matematici stranieri nel periodo pre-unitario sull’ambiente scientifico italiano ed in particolare sulle riviste, quali gli Annali e il Giornale di Matematiche.

**B. Didattica della Matematica.** Saranno trattate sei aree di ricerca che possono così riassumersi:

**1.** Linguistico-matematico: si discutono ricerche torico-sperimentali atte ad analizzare sperimentalmente la disciplina in oggetto come Linguaggio;

**2.** Matematica, Scienze e realtà: si propongono collegamenti interdisciplinari tra la Matematica, la Fisica, le Scienze, la Statistica, la Letteratura, etc. con particolare riferimento ai modelli e ai processi cognitivi sottesi all’Insegnamento/Apprendimento delle stesse in contesti scolastici;

**3.** Matematica e cultura: particolare attenzione in questo campo viene data alla comparazione dei processi cognitivi messi in atto da studenti di cultura differente inseriti nelle classi italiane e non solo. Tali riflessioni faranno da sfondo per la definizione di un Quadro teorico per la formazione insegnanti in contesti multiculturali;

**4.** Neuroscienze e Insegnamento/Apprendimento delle Matematiche: si analizzano errori, ostacoli e misconcetti rintracciati nella pratica didattica matematica in classe alla luce di possibili riflessioni discusse in letteratura in ambito neuro-scientifico;

**5.** Aspetti metodologici di analisi quantitativa e qualitativa per la ricerca in Didattica: si approfondisce l’utilizzo di metodiche di tipo qualitativo (analisi audio-video; interviste; protocolli etc.) e quantitativo (clustering gerarchico/non gerarchico e analisi implicativa) per l’analisi dei processi messi in luce dagli studenti nel problem solving matematico;

6. Rapporti tra Storia e Didattica della Matematica: si discutono alcuni aspetti teorico-sperimentali relativi alle problematiche storico/didattiche nella pratica matematica d'aula e nella formazione insegnanti in servizio e pre-servizio.

2. Fondi con cui si intende attuare le attività di cui sopra.

A. Fondi GNSAGA-INDAM;

B.1. ERASMUS+ Innovative Mathematics Learning Software for Migrant Student (immiMATH)

B.2. Fondo GIMAT per la formazione insegnanti

3. Livello di internazionalizzazione.

A. Molte sono le collaborazioni con altri gruppi di ricerca nazionali e internazionali. In particolare, per quello che riguarda il materiale di archivio ci sono collaborazioni con l'Università di Milano e di Torino, "Federico II" di Napoli e l'Università della Basilicata. Per le altre ricerche, ci sono collaborazioni con l'Università di Lille e di Nancy.

B. Molte sono le collaborazioni con altri gruppi di ricerca nazionali e internazionali in Didattica della Matematica che lavorano sulle stesse tematiche di ricerca. Tra questi: il gruppo di ricerca di Catania, Bologna, Reggio Emilia, Pisa, Bari, Salerno etc. per il contesto nazionale; il gruppo di ricerca di San Diego, California (USA), il gruppo di ricerca di Pechino (Cina), quello che lavora a Barcellona (Spagna) e in Svizzera (Locarno), per quanto riguarda il contesto internazionale.

A queste si aggiungono le collaborazioni di ricerca e divulgazione di pratiche didattiche con i partner stranieri (AT, CY, CZ, LT, UK, SK); collaborazioni di ricerca in MAT/04 definite anche grazie ai progetti europei che vedono UniPa come partner di progetto.

### MAT/05 Analisi Matematica

Si distinguono i seguenti ambiti ricerca:

A. *Teoria degli operatori e delle algebre di operatori.*

Ricercatori coinvolti: Camillo Trapani (PO); Francesco Tschinke (RU); Maria Stella Adamo (D); Rosario Corso (D).

B. *Integrazione, spazi funzionali, problemi di convergenza e applicazioni.*

Ricercatori coinvolti: Luisa Di Piazza (PO), Diana Caponetti (PA), Valeria Marraffa (PA).

C. *Equazioni differenziali e punti fissi.*

Ricercatori coinvolti: Diego Averna (PA), Calogero Vetro (RU), Tornatore Elisabetta (RU), Pasquale Vetro (CE), Antonella Nastasi (D) con la collaborazione di Elena Toscano (RU MAT/08) e E. Brugnoli (CE).

D. *Equazioni differenziali alle derivate parziali.*

Ricercatori coinvolti: Giulio Ciraolo (RU), Francesca Dalbono (RU).

E. *Integrazione astratta e applicazione ai sistemi di Walsh e di Haar, problemi semilineari ellittici e problemi di frontiera libera.*

Ricercatori coinvolti: Francesco Tulone (RU)

F. *Metodi variazionali e topologici per problemi differenziali non lineari.*

Ricercatori coinvolti: Roberto Livrea (PA).

1. Piano di ricerca per l'anno 2018.

A. *Teoria degli operatori e delle algebre di operatori.* Si intende da un lato proseguire l'attività di ricerca tradizionale del gruppo sulle proprietà di struttura di alcuni tipi di quasi\*-algebre localmente convesse. Su quest'argomento è in corso di completamento un'opera monografica di sintesi in collaborazione con la Prof. Maria Fragoulopoulou (Università di Atene).

In quest'ambito, nel quale la dottoranda M.S. Adamo sta completando la sua tesi di PhD, si affronteranno i seguenti problemi.

- a) Continuità degli \*-automorfismi di una quasi \*-algebra di Banach.
- b) Generatori deboli di gruppi ad un parametro di \*-automorfismi di una quasi \*-algebra di Banach

Alcune questioni matematiche sollevate nell'ambito della cosiddetta "Pseudo-Hermitian Quantum Mechanics" hanno condotto all'apertura di alcune nuove linee di ricerca.

c) Generalizzazioni del concetto di base in strutture hilbertiane (basi di Riesz generalizzate, basi distribuzionali, frames, "reproducing pairs". Si completerà, nel periodo in esame, lo studio di famiglie di distribuzioni che costituiscono basi generalizzate (nel senso di Gelfand) dello spazio di Hilbert. In questa ricerca sono coinvolti anche ricercatori belgi, austriaci e giapponesi.

d) Studio di forme sesquilineari che sono rappresentabili mediante operatori: Accanto ai risultati recentemente ottenuti sulla generalizzazione a forme risolubili (non necessariamente positive o settoriali) del primo e del secondo teorema di Kato, si intende estendere un noto teorema di decomposizione alla Lebesgue di forme sesquilineari non necessariamente positive. Su questi argomenti è impegnato il dottorando Rosario Corso in vista della sua tesi di dottorato.

e) Come applicazione del punto d) si intende intraprendere lo studio delle forme sesquilineari associate a successioni dello spazio di Hilbert che costituiscono "frames".

**B. Integrazione, spazi funzionali, problemi di convergenza e applicazioni.**

- Multi-misure. Si intende proseguire lo studio della rappresentazione integrale di multi-misure mediante funzioni scalari integrabili rispetto ad un'altra multi-misura.

- Operatori lineari caotici. L'approssimazione delle soluzioni di alcuni problemi differenziali ed integrali spesso porta allo studio della dinamica di una successione del tipo  $\{x, T(x), T(T(x)), T(T(T(x)))\dots\}$ , comunemente chiamata "traiettoria" di  $x$ , dove  $T$  è una funzione continua da uno spazio metrico  $X$  in se e  $x$  è un elemento di  $X$ . Centrale nello studio di questi problemi è la ricerca e definizione dell'insieme dei punti approssimati da elementi delle traiettorie, comunemente chiamati "attrattori" di  $x$ . Inoltre, il tipo di caos che manifesta un'applicazione è individuato dalle sue traiettorie e dalla natura dei suoi attrattori, che possono avere una struttura estremamente complicata. La descrizione degli attrattori dei sistemi dinamici caotici è stata uno dei successi della teoria del caos. Recentemente è stata focalizzata l'attenzione sugli attrattori delle funzioni dall'intervallo unitario in sé per individuarne le caratteristiche dinamiche. In particolare, sono state investigate condizioni che assicurano che tutti gli attrattori possano essere approssimati nella distanza di Hausdorff con orbite periodiche. Sono state inoltre esaminate alcune forme di caos esibite da operatori di tipo Rolewicz su  $X = l_p$ ,  $\infty > p \geq 1$ , trovando così una famiglia grande (con la potenza del continuo) di operatori di questo tipo costituita da operatori caotici che restano tali rispetto a quasi tutte le combinazioni finite, se queste combinazioni hanno una norma sufficientemente grande. Si intende portare avanti lo studio degli attrattori e delle varie forme di caos di funzioni su spazi metrici, e di operatori su spazi di Banach, con particolare attenzione a operatori individuati in problemi integrali e in problemi differenziali.

- Integrazione non assolutamente convergente e problemi differenziali. Si intende proseguire lo studio di soluzioni discontinue di problemi differenziali ed integrali, utilizzando integrali di tipo Stieltjes per la rappresentazione integrale del problema. Si sta affrontando lo studio della struttura dell'insieme delle soluzioni discontinue e si pensa di studiare il comportamento asintotico di tali soluzioni. Considerando, inoltre, equazioni differenziali in cui la derivata usuale è sostituita da una  $g$ -derivata essendo  $g$  una funzione non decrescente, si ottengono generalizzazioni di equazioni differenziali con impulso. Si vogliono considerare aspetti relativi a questa classe di problemi differenziali sotto ipotesi più generali sulla funzione  $g$ .

- Spazi funzionali. Permane l'interesse per la stima della misura di non compattezza di retrazioni su sfere in spazi funzionali, in particolare si vuole rivolgere l'attenzione al caso di funzioni di classe  $C_k$  definite su intervalli non limitati e applicare i risultati alle equazioni integrali.

**C. Equazioni differenziali e punti fissi.** Si distinguono due linee di ricerca:

1. (D. Averna, E. Tornatore, C. Vetro, A. Nastasi) Equazioni differenziali e punti critici. La nostra ricerca è finalizzata allo studio di sistemi ellittici nonlineari contenenti il  $(p,q)$ -Laplaciano ( $1 < q <$

p) e con le condizioni di Dirichlet, di Neumann e di Robin. Inoltre, utilizzando operatori alle differenze, verranno considerate le versioni discrete di alcuni problemi differenziali. Si intendono esaminare i casi in cui il termine non lineare dipende o meno dal gradiente. Si utilizzeranno metodi variazionali, metodi di troncamento, tecniche di comparazione e di sotto e sopra-soluzioni per studiare l'esistenza e la molteplicità delle soluzioni. Sotto opportune condizioni sul termine non lineare si ricercheranno soluzioni di segno costante. Utilizzando la teoria di Morse (gruppi critici) si esaminerà l'esistenza di soluzioni nodali.

2. (C. Vetro, P. Vetro, A. Nastasi con la collaborazione di E. Toscano, E. Brugnoli) Metodi di punto fisso. Studio e approssimazione delle soluzioni di problemi integro-differenziali in diversi spazi ambiente, mediante gli schemi iterativi di punto fisso. Elaborazione e ricostruzione di segnali su grafi a partire da campioni parziali, mediante la generalizzazione e combinazione di schemi iterativi di punto fisso.

**D. Equazioni differenziali alle derivate parziali.** Distinguiamo due linee di ricerche:

1. (G. Ciraolo) Siamo interessati allo studio delle simmetrie e delle simmetrie approssimate per problemi sovradeterminati di tipo ellittico in varietà Riemanniane e di Finsler e per problemi di rigidità in analisi geometrica per ipersuperfici a curvatura costante, con applicazione a problemi di capillarità.

Inoltre, si vogliono studiare problemi di interesse nelle applicazioni che derivano dallo studio di base sui materiali compositi. In particolare, si vogliono dare stime fini sul blow up del gradiente per problemi di propagazione ondosa in cui due inclusioni risultano molto vicine.

2. (F. Dalbono) Studio di molteplicità di soluzioni per problemi di Dirichlet asintoticamente lineari associati ad una classe di sistemi del secondo ordine, adottando la teoria dell'indice di Morse e le nozioni di angoli di fase; studio di molteplicità di soluzioni positive per opportune equazioni ellittiche, utilizzando le trasformazioni di tipo Fowler; studio di molteplicità di soluzioni radiali per un problema di Dirichlet di tipo concavo-convesso, in presenza di pesi indefiniti.

**E. Integrazione astratta e applicazione ai sistemi di Walsh e di Haar, problemi semilineari ellittici e problemi di frontiera libera.**

Si distinguono le seguenti 4 linee di ricerca:

1. Integrali non assolutamente convergenti in  $\mathbb{R}^n$ , con applicazioni all'analisi armonica. In particolare nella ricostruzione dei coefficienti di tipo Fourier nelle multiserie con vari tipi di convergenza.

2. Problemi semilineari ellittici. Ci si propone di continuare l'analisi dei fenomeni in cui la diffusione standard è sostituita da passeggiate aleatorie con salti.

3. Integrazione astratta e equazioni ellittiche. Si intende continuare la ricerca sulla risoluzione di alcune equazioni ellittiche tramite integrali non assolutamente convergenti.

4. Problemi di frontiera libera. Per i problemi di frontiera libera si concluderà la stesura di un lavoro sulla regolarità della soluzione di un problema "fully-nonlinear" a due fasi.

**F. Metodi variazionali e topologici per problemi differenziali non lineari.**

Lo scopo della ricerca è di studiare alcune classi di problemi differenziali non lineari di varia natura quali, ad esempio, problemi ellittici con condizioni al bordo di Dirichlet, Neumann o miste ed i problemi differenziali ordinari del secondo ordine come il problema di Sturm-Liouville o i sistemi Hamiltoniani. I risultati attesi mirano a stabilire l'esistenza ovvero la molteplicità di soluzioni dei suddetti problemi. Lo studio verrà sviluppato combinando i metodi variazionali con i metodi topologici. Un ruolo di rilievo verrà giocato da alcuni recenti teoremi di minimo locale per funzionali, possibilmente non differenziabili, e da certe generalizzazioni del ben noto Teorema del Passo Montano di Ambrosetti-Rabinowitz. Si pensa che le tecniche adottate potranno permettere di investigare anche alcune questioni non standard quali:

- a) le equazioni ellittiche in domini non limitati;
- b) il problema di Dirichlet con crescita critica;
- c) casi in cui la non linearità è discontinua.

Per superare le difficoltà che si incontreranno, potrebbe essere necessario, in via preliminare, qualche approfondimento teorico su una condizione di Palais-Smale più generale di quella classica.

2. Fondi con cui si intende attuare le attività di ricerca.

A. Progetto GNAMPA INdAM

B. GNAMPA-INdAM visitatori 2017, Eventuale progetto GNAMPA-INdAM

C. Finanziamento Attività Base Ricerca (FFABR) 2017.

D1. GNAMPA, progetto premiale INdAM/INGV "SIES".

D2. GNAMPA-INdAM (partecipante progetto finanziato con altra sede)

E. Eventuali fondi di Ateneo o Gnampa.

F. GNAMPA-INdAM

3. Livello di internazionalizzazione.

A. Le tradizionali collaborazioni internazionali del gruppo (Belgio, Grecia, Giappone, Germania) saranno mantenute e sviluppate (Ungheria, Olanda).

B. Cooperazione scientifica con Kazimierz Musial dell'Università di Wroclaw (Polonia), Bianca Satco dell'Università Stefan cel Mare di Suceava (Romania), Mieczyslaw Cichon dell'Università di Poznan (Polonia), Udayan B. Darji dell'Università di Louisville (USA), Grzegorz Lewicki dell'Università di Cracovia (Polonia).

C. Cooperazione scientifica con Dumitru Motreanu, University of Perpignan (France), Nikolaos S. Papageorgiou, National Technical University of Athens (Greece) e Dariusz Wardowski (Poland).  
Varie collaborazioni con studiosi attivi nell'ambito della teoria dei punti fissi in Arabia Saudita, Giappone, India, Iran, Pakistan, Romania, Sudafrica, Turchia.

D1. il progetto di ricerca rientra in una collaborazione più ampia con membri della University of Texas at Austin (USA), ETH Zurich (Svizzera), INHA University (Corea del Sud).

D2. 1) Visiting presso il CMAF-CIO, Università di Lisbona, Portogallo, dal 05/03/2018 al 01/06/2018.

2) Supervisione dello studente Daniel Borin della Universidade Estadual Júlio Mesquita Filho, UNESP, Brasile, nell'ambito del progetto di iniziazione scientifica "Equazione di Laplace e Applicazioni alla Fisica", approvato dalla FAPESP, FAPESP, "Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo", (Brasile). Dal 05/01/2018 al 05/03/2018, lo studente brasiliano Daniel Borin è ospite del nostro Dipartimento.

E. La cooperazione scientifica coinvolgerà l'Università Lomonosov di Mosca, l'Università di Chicago, l'Università di Kutaisi e Università della Szczecin.

F. Collaborazioni con autori stranieri (Belgio, Bulgaria, Francia, Germania, Grecia, Portogallo, USA).

### **MAT/06 Probabilità e Statistica Matematica**

Ricercatori coinvolti: G. Sanfilippo (PA).

1. Piano di ricerca per l'anno 2018.

A. *Operazioni logiche generalizzate tra eventi condizionati.* Verrà portato avanti lo studio sulla generalizzazione delle operazioni logiche di intersezione e di unione al caso di  $n$  eventi condizionati. Come mostrato in recenti lavori l'intersezione e l'unione di  $n$  eventi condizionati sono rappresentate da opportuni numeri aleatori condizionati a valori nell'intervallo unitario. Tenendo conto della nozione di negazione di un evento condizionato, si verificherà che le nozioni di intersezione e unione soddisfano delle generalizzazioni delle leggi di De Morgan. Si verificherà inoltre che le suddette operazioni sono sia associative che commutative. Inoltre, si mostrerà che esse soddisfano anche un'opportuna proprietà di monotonia. Nel quadro della coerenza verranno studiati gli estremi inferiori e superiori per la previsione dell'intersezione di  $n$  eventi condizionati. Tali estremi verranno messi in relazione con quelli che si ottengono per la probabilità dell'intersezione di eventi non condizionati. In particolare verranno esaminati i Fréchet- Hoeffding bounds. Inoltre, sarà analizzato uno studio di inferenza probabilistica inversa dall'intersezione di



$n+1$  eventi condizionati alla coppia composta dall'intersezione dei primi  $n$  eventi condizionati e dall'ulteriore  $n+1$  esimo evento condizionato. Sarà fatto un confronto con le varie nozioni di intersezione tra eventi condizionati (ad esempio con la quasi congiunzione) facendo emergere che alcune proprietà classiche della probabilità si preservano soltanto con le suddette generalizzazioni. Il caso di tre eventi condizionati verrà analizzato in dettaglio e verranno mostrati diversi esempi di casi particolari.

**B. Condizionamento iterato e inferenza probabilistica.** Sarà studiato il ruolo del condizionamento iterato nell'inferenza probabilistica. Verrà dapprima mostrato che dati due eventi condizionati  $A|H$  e  $B|K$ , si ha che  $A|H$   $p$ -implica  $B|K$  se e solo se il numero aleatorio  $(B|K)|(A|H)$  è costante e coincide con 1. Inoltre, si mostrerà che una famiglia  $p$ -consistente di eventi condizionati  $F = \{E_1|H_1, E_2|H_2\}$   $p$ -implica un ulteriore evento condizionato  $E_3|H_3$  se e solo se  $E_3|H_3 = 1$ , oppure  $(E_3|H_3)|QC(S) = 1$  per qualche sottoinsieme non vuoto  $S$  di  $F$ , dove  $QC(S)$  è la quasi congiunzione degli eventi in  $S$ . Si mostrerà inoltre che la condizione  $QC(F)|C(F) = 1$ , dove  $C(F)$  è l'intersezione degli eventi condizionanti in  $F$ , rappresenta un'ulteriore caratterizzazione dell'implicazione probabilistica di  $E_3|H_3$  da parte di  $F$ . Alcune ben note regole di inferenza verranno esaminate (And rule, Cut rule, Cautious Monotonicity,...). Particolare attenzione sarà dato allo studio della relazione di centering,  $\{A|H, B|K\}$   $p$ -implica  $(B|K)|(A|H)$ , e alle sue applicazioni nel campo della psicologia del ragionamento incerto.

**C. Sillogismi condizionali generalizzati nel quadro della coerenza.** Si porterà avanti lo studio sulle generalizzazioni dei sillogismi condizionali (modus ponens, modus tollens, negazione dell'antecedente, affermazione del conseguente) in cui le premesse e le conclusioni non condizionate (ad esempio  $A, C$ ) verranno sostituite con eventi condizionati ( $A|H, C|K$ ) e la premessa condizionata (ad esempio  $C|A$ ) verrà sostituita con un evento condizionato iterato  $((C|K)|(A|H))$ . Analogamente a quanto fatto di recente per la generalizzazione del modus ponens probabilistico, per ogni sillogismo generalizzato verrà analizzato l'insieme di tutte le assegnazioni probabilistiche coerenti sulla terna composta dalle due premesse e dalla conclusione. Tale analisi necessita dell'introduzione di una opportuna definizione di coerenza che coinvolga assegnazioni "probabilistiche" anche su eventi condizionati iterati e sull'intersezione di eventi condizionati. Un'interpretazione in termini geometrici della nozione di coerenza, consentirà di avere una visione unificata e strutturalista dei quattro sillogismi condizionali.

**D. Condizione di coerenza e regole di punteggio appropriate.** Verrà portato avanti lo studio della caratterizzazione del principio di coerenza per assegnazioni di probabilità su famiglie di eventi condizionati in termini di non dominanza rispetto ad una data regola di punteggio appropriata (proper scoring rule). In tale studio, si sfrutteranno diverse proprietà della divergenza di Bregman e delle funzioni convesse. Verranno inoltre forniti condizioni sufficienti per la coerenza e le loro interpretazioni in termini geometrici.

**E. Regole di punteggio appropriate per previsioni probabilistiche.** Si forniranno i risultati relativi ad uno studio che riguarda l'uso delle proper scoring rules per valutare la qualità di previsioni probabilistiche. In particolare si considererà una situazione in cui due proponenti preferiscono essere valutati mediante una procedura che dipende dalla previsione probabilistica dell'altro piuttosto che dalla propria. A tal proposito viene fornito un ottimo di Pareto sugli scambi delle valutazioni tra i due proponenti. Un caso particolare che coinvolge la divergenza di Kullback e la corrispondente misura simmetrizzata viene applicato ad una procedura di previsione basata su osservazioni sequenziali e su un apprendimento bayesiano.

## 2. Fondi con cui si intende attuare le attività di ricerca.

**A., B., C., D., E.** Si utilizzeranno i fondi del FFABR.

## 3. Livello di internazionalizzazione

**B., C.** Questo programma prevede la collaborazione con Niki Pfeifer dell'Università LMU di Monaco (Germania) e con David Over dell'Università di Durham del Regno Unito.

**E.** Questo programma prevede la collaborazione con Frank Lad dell'Università di Canterbury, Christchurch, Nuova Zelanda.

### **MAT/07 Fisica Matematica**

Si distinguono due ambiti di ricerca:

**A. Modelli matematici e sistemi dinamici.**

Ricercatori coinvolti: Marco Maria Luigi Sammartino (POE), Maria Carmela Lombardo (PA), Vincenzo Sciacca (PA), Gaetana Gambino (RU), Francesco Gargano (RTDAE), Valeria Giunta (D), Gianfranco Rubino (D), Antonio Maria Greco (CE), Rossella Rizzo (CE);

**B. Meccanica statistica e struttura della materia.**

Ricercatori coinvolti: Valeria Ricci (RU).

#### 1. Piano di ricerca per l'anno 2018.

**A. Modelli matematici e sistemi dinamici. Distinguiamo le seguenti sei linee di ricerca.**

**1.** Modellistica matematica mediante sistemi di reazione-diffusione con diffusione non lineare. Negli ultimi anni le equazioni di tipo reazione-diffusione sono state ampiamente utilizzate per descrivere il meccanismo attraverso il quale la rottura di omogeneità e l'auto-organizzazione (nello spazio e nel tempo) conducono alla nascita di nuove strutture coerenti (pattern). Grande attenzione è stata data alla generazione di pattern di tipo Turing, strutture periodiche nelle variabili spaziali e stazionarie nel tempo, la cui formazione è essenzialmente dovuta alla destabilizzazione, per effetto della diffusione, di uno stato stazionario stabile per il sistema di reazione. La Turing instabilità è stata largamente studiata in sistemi in cui la cinetica non lineare è accoppiata alla diffusione lineare, ipotesi quest'ultima semplificatrice e non ammissibile per la descrizione dei fenomeni di diffusione in diversi contesti, dalla biochimica ai sistemi geologici con eterogeneità, dall'ecologia a processi industriali come l'elettrodeposizione.

**1.1** Sistemi di tipo Reazione-Diffusione con Diffusione anomala non lineare. Ci si propone di indagare il ruolo della diffusione anomala non lineare, descritta da coefficienti di diffusione dipendenti dalle concentrazioni delle specie stesse, nel meccanismo di formazione di strutture coerenti per modelli biologici con cinetiche di tipo attivatore-inibitore e per un modello reazione-diffusione che descrive l'elettrodeposizione nei metalli. Si utilizzeranno sia metodi classici della stabilità lineare, che l'analisi debolmente non lineare vicino alla marginale stabilità degli stati di equilibrio di interesse, al fine di descrivere la formazione dei pattern. Le predizioni teoriche saranno da un lato validate dal confronto con i dati sperimentali, dall'altro saranno utilizzate come punto di partenza per il controllo delle dinamiche spazio-temporali nei modelli su citati.

**1.2** Sistemi di tipo Reazione-Diffusione per la modellizzazione della Sclerosi Multipla. Si intende sviluppare modelli matematici per la descrizione della Sclerosi Multipla e in particolare ci si focalizzerà sul processo di demielinizzazione e sulla descrizione di gliomi cerebrali, tenendo conto degli effetti antinfiammatori prodotti da alcune specie di citochine. Tale risposta del sistema immunitario all'attacco della malattia sopravviene generalmente in tempi successivi rispetto al picco della fase infiammatoria ed è ritenuta responsabile di alcuni processi di riparazione spontanea delle lesioni, con la formazione delle cosiddette shadow plaques. A tale scopo, si vogliono considerare modelli di tipo reazione-diffusione sia con diffusione cross non lineare, che ben riproducono i processi diffusivi nei mezzi non omogenei quali la materia cerebrale, sia con diffusione di tipo frazionario, per riprodurre la capacità di creazione delle metastasi a lungo raggio, che è una caratteristica tipica dei gliomi cerebrali.

**2.** Formazione di pattern oscillatori: interazione fra biforcazioni Turing- Hopf e fenomeni non-lineari nel caso sub-critico. È stato recentemente scoperto che alcuni sistemi di reazione-diffusione possono dare luogo, oltre ai pattern di tipo Turing descritti al punto 1), anche a pattern di Turing

oscillanti nel tempo (STOS: spatio-temporally oscillating solutions). Si tratta di fenomeni ben diversi dalle oscillazioni uniformi dovute alla presenza di una biforcazione di Hopf nel termine cinetico; essi sono generalmente dovuti o alla risonanza di modi di Turing instabili con sub-armoniche Hopf-instabili oppure all'interazione di modi di Turing instabili con una biforcazione subcritica. Si intende dunque investigare il fenomeno delle STOS in sistemi di tipo reazione-diffusione con termine diffusivo non lineare, sia utilizzando cinetiche di tipo Lengyel-Epstein (per indagare l'interazione con i modi Hopf-instabili), sia utilizzando cinetiche tipo Lotka-Volterra (per indagare l'interazione con la biforcazione subcritica). In entrambi i casi si prevede di procedere con un'analisi di tipo debolmente non lineare in prossimità della biforcazione nonché con tecniche numeriche di tipo continuazione.

**3. Soluzioni analitiche di equazioni della fluidodinamica.** Si intendono dimostrare teoremi di buona posizione per alcune equazioni dissipative della fluidodinamica (per esempio le primitive equations, o le equazioni di Navier-Stokes) con tempi di esistenza che non dipendono dalla dissipazione. È noto che, quando il fluido interagisce con una frontiera si genera uno strato, il cui spessore è dell'ordine della radice quadrata della viscosità, dentro il quale si hanno alti gradienti di "vorticità", il cosiddetto boundary layer. In detto strato la dinamica è governata dalle equazioni di Prandtl. Si intende dunque sviluppare una procedura asintotica nel limite di viscosità nulla e dimostrare la sua validità rigorosa in opportuni spazi di funzioni analitiche.

**4. Studio di formazione di singolarità per le equazioni della Fluidodinamica.**

**4.1. Fluidi ad alto numero di Reynolds interagenti con una frontiera rigida.** È ben noto che nei fluidi che interagiscono con frontiere rigide ad alti numeri di Reynolds si innescano una serie di fenomeni che, in ultima istanza, portano al fenomeno della separazione non stazionaria del boundary layer ovvero alla formazione di strutture vorticosi sulla frontiera ed al loro successivo distacco ed immissione nel fluido esterno al boundary layer. È già stato mostrato recentemente, dal gruppo di Palermo in collaborazione con K. W. Cassel dell'I.I.T. di Chicago, come tali interazioni siano strettamente legate alla presenza di singolarità complesse nella soluzione di Navier-Stokes. Si intende investigare su come le condizioni al contorno da imporre sulla frontiera possano influenzare la formazione delle singolarità complesse, ed il conseguente comportamento del fluido. Nella fattispecie si vuole investigare sul ruolo delle condizioni al contorno di Navier. Si vuole verificare la presenza di eventuali nuove interazioni viscoso-non viscoso tra boundary layer e fluido esterno o come le stesse interazioni, già presenti nel caso di condizioni di no-slip possano essere modificate.

**4.2. Vortex-sheet e regolarizzazioni dell'equazione di Birkhoff-Rott.** I flussi di tipo "shear layer" sono caratterizzati da forti variazioni del campo di velocità concentrate in una regione di piccolo spessore, all'interno della quale è presente un'elevata vorticità. Nel limite in cui lo spessore della regione tenda a zero si formano i "vortex-sheet", ovvero flussi in cui la vorticità si concentra su una curva nello spazio. Da un punto di vista matematico i vortex-sheet sono governati dall'equazione di Birkhoff-Rott, per il quale è noto che la soluzione forma in tempi finiti una singolarità nella curvatura della curva. È possibile continuare l'evoluzione del vortex-sheet oltre il tempo di singolarità applicando alcune opportune regolarizzazioni all'equazione di Birkhoff-Rott (regolarizzazione di tipo vortex-blob o regolarizzazione di tipo Eulero- $\alpha$ ), oppure approssimando il moto del vortex-sheet con quello di un vortex layer di dimensione finita. Si intende investigare se le diverse regolarizzazioni ammettano soluzioni diverse nel limite di zero-regolarizzazione, mostrando più in generale come non sia possibile provare l'unicità di soluzione deboli dell'equazione di Eulero per dati iniziali di tipo vortex-sheet.

**5. Studio del flusso di Kolmogorov.** L'attività di ricerca sarà rivolta allo studio della stabilità e della transizione alla turbolenza per un flusso di Kolmogorov stratificato in densità e sotto l'azione di un campo gravitazionale. Si intende caratterizzare come, all'aumentare del numero di Reynolds, la cascata di successive biforcazioni porti alla comparsa di stati sempre più complessi (da stati oscillatori o traslatori, passando a soluzioni quasi periodiche per arrivare a stati caotici); e capire

come tale cascata sia influenzata dagli effetti della stratificazione. Saranno impiegate tecniche di tipo continuazione e proper orthogonal decomposition.

**6. Analisi e Controllo di sistemi dinamici.** Lo studio ed il controllo di sistemi dinamici caotici hanno ricevuto negli ultimi decenni un'attenzione via via crescente: ciò sia per l'interesse teorico per la dinamica non lineare che per le notevoli ricadute in ambito applicativo. Con il termine controllo si intende, in generale, l'applicazione ad un sistema caotico di un segnale esterno - di solito piccolo - al fine di ottenere una ben determinata dinamica (stazionaria, periodica o anche caotica). Una caratteristica essenziale del controllo applicato deve ovviamente essere la sua 'robustezza, ossia quanto i risultati dello studio su modelli idealizzati rimangono validi rispetto ai sistemi e alle condizioni reali. L'ambito nel quale si intende lavorare riguarda dunque la progettazione di controlli di tipo feedback (lineare e non lineare) per sistemi caotici. In particolare si studieranno i controlli per la cosiddetta famiglia di Lorenz generalizzata, una famiglia di sistemi caotici dipendenti da un parametro contenente in sé alcuni sistemi caotici di rilevante interesse, quali il sistema di Lorenz, il sistema di Chen e il sistema di Lu. Si prevede di studiare la robustezza del controllo rispetto a possibili ritardi temporali nell'inserimento del segnale: tale studio verrà portato avanti sia da un punto di vista analitico - studiando la possibilità di biforcazioni di tipo Hopf e determinando la corrispondente dinamica sulla varietà centrale al fine di determinare il carattere supercritico o subcritico della biforcazione- che da un punto di vista numerico, in modo da validare i risultati teorici.

**B. Meccanica statistica e struttura della materia.** L'ambito delle ricerche è lo studio matematico di sistemi complessi fuori dall'equilibrio legati ad applicazioni di vario tipo, con la validazione di modelli macroscopici che mostrino il legame rigoroso tra le diverse scale di descrizione dei sistemi in esame. Una parte rilevante del lavoro di ricerca sarà dedicata allo studio di sistemi multifase di interesse applicativo (es. spray).

## 2. Fondi con cui si intende attuare le attività di ricerca.

A. Le attività di ricerca saranno finanziate dai fondi ottenuti tramite bando "MIUR -FAABR: Finanziamento annuale individuale delle attività base di ricerca" (G. Gambino, M.C. Lombardo). Un periodo di ricerca a Parigi di uno studente di dottorato sarà interamente finanziato su fondi del Prof. L. Desvillettes. Sono inoltre previsti finanziamenti del GNFM – INDAM. Infine l'unità di ricerca ha partecipato ad alcuni bandi PON, POR e PRIN, di cui si attende la valutazione.

B. Progetto giovani GNFM-Indam 2017: Analisi rigorosa di sistemi di equazioni di tipo reazione-diffusione, coordinatrice Dott.ssa V. Ricci.

Sono anche previsti finanziamenti del GNFM – INDAM per le collaborazioni.

## 3. Livello di internazionalizzazione.

Organizzazione di Convegni:

L'unità di ricerca organizzerà la seconda edizione della "School and Research Workshop: Mathematical Modeling and Self-Organization in Medicine, Biology and Ecology: from micro to macro"-MMSEOR 2018.

Collaborazioni internazionali:

A. -R. Caflisch, Courant Institute, New York (USA);

- M. Cannone, Laboratoire d'Analyse et de Mathématiques Appliquées, Université Paris-Est, Marne-la-Vallée cedex 2, (France);

- S. Roy Choudhury, Department of Mathematics, University of Central Florida, Orlando (USA);

- L. Desvillettes, Institut des Mathématiques de Jussieu, Paris Rive Gauche (IMJ-PRG), Université Paris Diderot (Parigi 7) (Francia);

- M. Haragus, Laboratoire de Mathématiques, Université de Franche-Comté, Besançon cedex (France);
- M. Schonbek, Department of Mathematics, University of California, Santa Cruz (USA).
- B. - L. Desvillettes, Institut des Mathématiques de Jussieu, Paris Rive Gauche (IMJ-PRG), Université Paris Diderot (Parigi 7) (Francia);
- F. Golse, CMLS Ecole Polytechnique e CNRS Université Paris Saclay (Francia);
- A.J. Pereira da Costa Soares, CMAT Universidade do Minho (Portogallo);
- S. Mei, Université Paris Diderot e Observatoire de Paris (Francia).

### **MAT/08 Analisi numerica**

#### 1. Piano di ricerca per l'anno 2018

- A.** *Metodi numerici per la risoluzione di equazioni differenziali alle derivate parziali time-dependent.* Ricercatori coinvolti: E. Toscano (RU), E. Brugnoli (CE) con la collaborazione di C. Vetro (RU MAT/05).
- B.** *Schemi iterativi per la costruzione di punti fissi e loro applicazioni.* Ricercatori coinvolti: E. Toscano (RU), E. Brugnoli (CE) con la collaborazione di C. Vetro (RU MAT/05).
- C.** *Metodi avanzati per l'approssimazione numerica dei segnali.* Ricercatori coinvolti: E. Toscano (RU), E. Brugnoli (CE) con la collaborazione di C. Vetro (RU MAT/05).
- D.** *Metodi dell'analisi numerica affrontati secondo una prospettiva storica.* Ricercatori coinvolti: E. Toscano (RU).

#### 2. Fondi con cui si intende attuare l'attività di ricerca - Fondi GNCS (Indam).

- Fondi a valere su Progetto SERVIFY - Metodi e modelli per l'ingegneria dei servizi di tipo ubiquitous da far gravare su PON03PE\_00132\_1. (DICGIM)
- Fondi a valere su Progetto SmartBuildings - Progetto di ricerca industriale finanziato sulla linea d'intervento 4.1.1.1 del PO FESR 2007/2013. (DICGIM)

#### 3. Livello d'internazionalizzazione

- D.** È prevista la seguente collaborazione internazionale: Prof. Michele Benzi dell'Emory University di Atlanta, U.S.A.

### **FIS/03 Fisica della materia**

Ricercatori coinvolti: A. Messina (PO).

#### 1. Piano di ricerca per l'anno 2018.

Quando l'hamiltoniana di un sistema fisico dipende dal tempo, risulta, in generale, piuttosto difficile determinare la forma esatta del relativo operatore unitario di evoluzione temporale. Da un punto di vista applicativo hamiltoniane dipendenti dal tempo emergono facilmente perché la necessità di controllare il dispositivo che si vuole realizzare impone l'utilizzo di campi classici esterni dipendenti dal tempo. La teoria del controllo quantistico, sviluppatasi non solo sotto la spinta tecnologica, impone infatti configurazioni di campi esterni dipendenti dal tempo che naturalmente appaiono nella Hamiltoniana del sistema. Il mio progetto di ricerca affronta le difficoltà prima descritte cercando strategie generali per la costruzione di soluzioni esatte di classi di problemi di interesse trasversale in molti contesti fisici. I modelli hamiltoniani oggetto della mia ricerca sono modelli di spin dipendenti dal tempo, ossia modelli in cui le variabili dinamiche sono essenzialmente momenti angolari intrinseci o rappresentazioni effettive dei gradi di libertà di

interesse fisico in situazioni che consentono di troncare lo spazio di Hilbert del sistema, riducendone la dimensione al minimo non banale. L'obiettivo principale della ricerca che intendo svolgere nel 2018 è lo sviluppo di una recente strategia per la risoluzione di problemi SU (2) e la dimostrazione della sua applicabilità a problemi ben più complessi a N spin, descritti da Hamiltoniane ancora una volta dipendenti dal tempo. In particolare è del massimo interesse lo studio delle proprietà di dinamiche di scenari di Rabi generalizzati. In queste condizioni il progetto sarà poi rivolto alla ricerca di correlazioni classiche e quantistiche che dovessero emergere nella evoluzione temporale del sistema di volta in volta in studio.

## 2. Fondi con cui si intende attuare l'attività di ricerca.

Fondi provenienti dall'associazione all'INFN sezione di Catania.

Si tratta di circa 2000 euro gestiti a Catania. C'è poi la possibilità di fondi provenienti da un progetto INFN approvato per il 2018 avente come responsabile un collega di Salerno. L'effettiva ripartizione non è ancora avvenuta e quindi anche l'utilizzazione rimane solo sulla carta. Questi fondi saranno utilizzabili solo in via indiretta.

## 3. Livello di internazionalizzazione.

Collaborazioni attive con la Waseda University (prof. H. Nakazato) a Tokyo; con la Copernicus di Torun (prof. Dariusz Chruscinski) in Polonia; con la Polish Academy of Sciences (prof. Marek KUS) Varsavia Polonia; con l'MIPT di Mosca (prof. Yury Belousov); con la Lebedev di Mosca (prof. Vladimir e Margarita Manko); con la Glasgow University (dott. G. Baio) Scozia; con la State University di Ponta Grossa, stato di Paraná, Brasile (prof. Sergio de Castro); Con la Federal University of Brasilia (prof. Viktor Dodonov) Brasile.

## **INF/01 Informatica**

Si distinguono quattro ambiti di ricerca:

### **A. Problemi combinatorici e algoritmici degli automi e dei linguaggi formali.**

Ricercatori coinvolti: Sabrina Mantaci (PA), Marinella Sciortino (PA), Giuseppa Castiglione (RC), Chiara Epifanio (RC), Gabriele Fici (RTD), Antonio Restivo (CE)

### **B. Algoritmi, strutture dati e analisi dati per la Bioinformatica.**

Ricercatori coinvolti: Raffaele Giancarlo (PO), Giosuè Lo Bosco (RC), Simona E. Rombo (RC)

### **C. Metodologie e algoritmi per l'analisi di dati in Biomedicina e E-Learning.**

Ricercatori coinvolti: Domenico Tegolo (PA), Biagio Lenzitti (RC), Giosuè Lo Bosco (RC), Cesare Valenti (RC), Guido Averna (D)

### **D. Interazione Multisensoriale.**

Ricercatori coinvolti: Davide Rocchesso (PO)

## 1. Piano di ricerca per l'anno 2018.

**A. Problemi combinatorici e algoritmici degli automi e dei linguaggi formali.** L'ambito è una delle aree dell'informatica più consolidate, che trae origine da problematiche relative ai primi computer, ai sistemi di comunicazione e ai linguaggi di programmazione. Successivamente, gli sviluppi della tecnologia informatica hanno incrementato la necessità di esplorare nuovi modelli specifici e hanno stimolato nuovi spunti teorici. Quest'area di ricerca si trova al crocevia fra l'informatica teorica, la matematica e le applicazioni. Da un punto di vista matematico, essa utilizza prevalentemente la combinatoria delle parole, ma anche nuovi strumenti concettuali dell'algebra non commutativa, della logica, del calcolo delle probabilità. Il progetto di algoritmi su stringhe ne rappresenta un aspetto complementare, motivato dalle potenziali applicazioni scientifiche che includono, fra le altre, la codifica, la compilazione, la verifica del software, la compressione dati, la bioinformatica e la ricerca del web. Le linee di ricerca riguardano prevalentemente gli aspetti combinatorici e algoritmici degli automi e dei linguaggi, e prendono anche in considerazione alcuni ambiti applicativi. Le specifiche tematiche di ricerca che si intendono sviluppare nel 2018 sono di seguito elencate:

### *1. Complessità di automi (DFA) e minimizzazione.*

Una linea di ricerca correlata riguarda la progettazione di algoritmi efficienti per la costruzione di automi "quasi" minimali per particolari famiglie di linguaggi, come, ad esempio, i linguaggi finiti. Si intende inoltre studiare il problema della decomponibilità di un automa in automi che risultino più semplici dell'originale, ma tali che il risultato delle indipendenti computazioni su testi in input può determinare il risultato della computazione sull'input dell'automa originale. Questo approccio consentirebbe di parallelizzare molte questioni legate agli automi a stati finiti, come per esempio i problemi di minimizzazione. Molte problematiche connesse a questa tematica sono ancora aperte. Ci proponiamo di affrontare queste questioni da un punto di vista algoritmico e con tecniche proprie della combinatoria delle parole.

*2. Caratterizzazione della più piccola famiglia di linguaggi che contiene i "singleton" ed è chiusa rispetto alle operazioni booleane, al prodotto e allo shuffle.* L'interesse di questo studio è anche legato alle applicazioni dell'operazione *shuffle* all'algebra dei processi ed alla verifica dei programmi. Lo studio dell'operazione *shuffle* conduce a nuovi problemi di combinatoria delle parole connessi, in particolare, ai "quadrati *shuffle*".

*3. Studio e sperimentazione della taglia media (numero di nodi e numero di archi) di CDAWG di stringhe generate da sorgenti i.i.d. di entropia variabile, anche molto piccola.* Esistono in letteratura analisi fatte per stringhe generate da sorgenti i.i.d. di entropia massima al variare dell'alfabeto. Risultati sperimentali preliminari mostrano che la taglia media dei CDAWG si riduce al ridursi dell'entropia anche se non in modo proporzionale, aprendo la possibilità di utilizzo di questa struttura dati su sequenze altamente ripetitive.

*4. Studio della Trasformata di Burrows-Wheeler (BWT) e la sua estensione a multi-set di parole (EBWT).* Siamo interessati a fornire caratterizzazioni combinatorie dei multi-set di parole che possono essere ottenuti tramite queste trasformazioni e, in particolare, a studiare la struttura combinatoria delle parole che sono immagine di multi-set speciali di parole attraverso la EBWT. Si intende inoltre utilizzare la EBWT per trovare soluzioni approssimate di problemi difficili da trattare come, ad esempio, il *Minimum Common String Partition Problem*.

*5. Combinatoria delle parole e loro complessità.* Si vuole continuare il recente studio sulle misure di complessità di parole infinite, con particolare riferimento alla recentemente introdotta definizione di complessità ciclica. Inoltre, intendiamo studiare le proprietà combinatorie delle c.d. "parole di Lyndon universali", quelle cioè in cui ogni coniugata rappresenta uno dei possibili ordini totali definibili sull'alfabeto. Intendiamo inoltre portare avanti la ricerca sulle *prefix normal words* e i legami con il *jumbled pattern matching*, e la ricerca sui fattori aperti e chiusi dal punto di vista anche algoritmico. Infine, si intende continuare lo studio delle proprietà abeliane delle parole, facendo riferimento anche ad aspetti algoritmici.

*6. Teoria dei Codici (TC).* Una teoria iniziata da M.P. Schutzenberger negli anni 60, poi ampiamente sviluppata nella combinatoria delle parole e nell'*Information Theory*. Un ruolo applicativo fondamentale hanno i codici prefissi e bi-prefissi, i primi in compressione dati, ed i secondi nella codifica dei file video. Malgrado sia già ampiamente studiata, la TC ha ancora diversi problemi aperti, per esempio lo studio della decomponibilità dei codici prefissi massimali. Sono state date soluzioni per i codici prefissi finiti. È stata inoltre data una soluzione al problema della decidibilità per i codici prefissi razionali, ma senza una prova costruttiva. Non è, ad esempio, ancora noto alcun algoritmo per decidere se un codice razionale si decompone in uno finito.

*7. Polyomini.* Si tratta di oggetti combinatori molto noti poiché legati a problemi complessi come, ad esempio, il tiling del piano. Questi oggetti inoltre trovano applicazioni in fisica come strumento per lo studio dei quasi cristalli. Considerata la difficoltà, nota in letteratura, dei problemi generali sui polyomini (è ancora aperto il problema dell'enumerazione dei polyomini) si programma di approfondire lo studio di particolari classi di polyomini detti *k*-convessi che con le loro proprietà

geometriche e combinatorie ci consentono l'approccio a problemi di generazione esaustiva e di enumerazione rispetto al perimetro e all'area.

**B. Algoritmi, strutture dati e analisi dati per la Bioinformatica.** L'obiettivo è l'analisi di algoritmi, *pattern discovery* e *machine learning*, con campo elettivo di applicazione in Biologia computazionale e Bioinformatica. Coerentemente con tali competenze, il piano di ricerca per l'anno di riferimento è qui brevemente descritto per punti:

**1.** Investigazione delle proprietà combinatorie ed informazionali di stringhe e sequenze in ambito "epigenomico". È ben noto che la sequenza di DNA è generatrice del cosiddetto "codice della vita". È altrettanto noto che l'organizzazione intrinseca di tale sequenza gioca un ruolo fondamentale in vari processi biologici, come l'organizzazione della cromatina e le modifiche istoniche. Ad oggi, tuttavia, mancano molti risultati fondamentali che stabiliscono con chiarezza quale sia il ruolo dell'organizzazione intrinseca della sequenza in tali processi. L'attività pianificata per l'anno si concentrerà su studi di *k-meri* (particolari sequenze) all'interno di due processi fondamentali per la biologia: l'organizzazione della cromatina e le modifiche istoniche. I risultati attesi comprendono, ma non sono limitati a, costruzione ed analisi di dizionari "epigenomici" per il posizionamento di "nucleosomi", metodologie di compressione nello spazio di sequenze di classificatori di posizionamento di "nucleosomi", analisi di grafi di dipendenza dei *k-meri* circa l'acquisizione di stabilità di funzione per posizionamento "nucleosomico" e modifiche istoniche.

**2.** Impatto di algoritmi efficienti nelle scienze della vita. È ben noto che l'informatica abbia dato contributi fondamentali alle scienze della vita, ad esempio nell'ambito del sequenziamento del genoma umano. È altrettanto chiaro che, grazie ai cambiamenti epocali ottenuti attraverso le nuove tecnologie di produzione dati in biologia, sia necessaria un'analisi critica del ruolo degli algoritmi in quest'area. L'obiettivo di questa linea di ricerca è quello di fornire misure dell'impatto dell'informatica sulle scienze della vita e suggerimenti utili per il futuro, anche alla luce di quanto viene sviluppato in ambito BIG DATA e indipendentemente dalla biologia.

**3.** Clustering, Classificazione Supervisionata e Ingegneria degli Algoritmi. Negli ultimi anni si è maturata una significativa esperienza in molti aspetti legati al *clustering*, alla classificazione e al *pattern discovery* in dati relativi ad esempio a *microarray*, una tecnologia consolidata per esperimenti di biologia, o più in generale per strutture dati quali array bidimensionali impiegati ad esempio nel contesto delle immagini digitali. Le tecniche sviluppate sono ormai mature per essere distribuite sotto forma di software alla comunità internazionale. L'obiettivo di questa linea di ricerca è la realizzazione di tale intento.

**4.** Modelli di apprendimento approfondito per l'analisi di sequenze. I modelli ad apprendimento approfondito (*Deep Learning Models*) appartengono a una caratterizzazione di metodologie di apprendimento automatico capaci di evitare la fase di *feature engineering*. Essi si implementano principalmente tramite reti neurali artificiali organizzate su svariati livelli progressivi. Si intendono applicare tali modelli al clustering e alla classificazione di sequenze di DNA. Infine, alla estrazione automatica delle caratteristiche delle sequenze per studiarne la complessità in relazione alle diverse specie biologiche che verranno considerate nello studio.

**C. Metodologie e algoritmi per l'analisi di dati in Biomedicina e E-learning.** L'attività di ricerca sarà concentrata sullo sviluppo di metodologie innovative per l'analisi di strutture dati *n*-dimensionale presenti nel settore biomedico. Le tematiche saranno affrontate in seno alle consolidate teorie del *machine learning* e degli *algoritmi evolutivi* coadiuvate da algoritmi della *computer vision* e dell'*image processing*. Il piano di ricerca per il prossimo anno sarà articolato come segue:

**1.** L'attività di ricerca nel campo della visione, e più in generale nell'analisi dei dati multidimensionale, trova i propri fondamenti sia nelle tre aree fondamentali della visione artificiale (basso, medio e alto livello) sia nel campo degli algoritmi genetici e dell'apprendimento



computazionale e statistico. Problemi classici come segmentazione, *Feature Detection and Selection*, Classificazione e ricostruzione 3D saranno affrontati sia adottando algoritmi fondamentali della letteratura sia attraverso la definizione e la validazione di nuove e più accurate metodologie orientate a specifici campi di ricerca quali ad esempio algoritmi per la segmentazione basati su metodi di *clustering* e *sparse dictionary*.

**2.** Data la specificità dei campi di interesse si renderà necessaria l'individuazione e la definizione di nuove metriche e ciò al fine di garantire una più accurata risposta delle metodiche proposte. In particolare i nuovi metodi proposti in letteratura saranno sviluppati, per una loro validazione, su immagini sintetiche e biomediche reali, in cui saranno valutati sia gli aspetti microscopici sia quelli macro, coinvolgendo l'analisi cellulare, l'analisi automatica del fondo retinico, la "capillaroscopia" delle mucose e dell'epidermide, la tomografia discreta e le immagini ecografiche fetali. Per la fase di validazione delle metodiche ci si avvarrà della collaborazione di esperti in grado di fornire *ground truth* e annotazioni mediche dei dati reali. Un opportuno sottoinsieme dei dati sarà reso disponibile in modalità "pubblico dominio" per rendere oggettivi i confronti con altre tecniche innovative, nonché facilitare la collaborazione con partner internazionali.

**3.** Saranno di interesse anche le tematiche affrontate in ambito neuronale. I processi cellulari, alla base delle differenze tra individui della stessa specie per quanto riguarda la capacità della memoria di lavoro, sono essenzialmente sconosciuti. Esperimenti psicologici indicano che i soggetti con capacità di memoria di lavoro inferiore rispetto ai soggetti con maggiore capacità richiedono tempi più lunghi per il recupero degli elementi memorizzati in una lista e inoltre risultano essere più sensibili alle interferenze durante il tempo di recupero dell'informazione. Tuttavia, un collegamento più preciso tra esperimenti psicologici e le proprietà cellulari è ancora carente, e sperimentalmente molto difficile. L'attività di ricerca in tale ambito verterà sull'indagine dei possibili meccanismi di base a livello del singolo neurone usando un modello computazionale di neuroni dell'ippocampo CA1 piramidale, i quali risultano essere profondamente coinvolti nel riconoscimento di specifici elementi. Ci si auspica che i risultati attesi suggeriscano, per la prima volta in letteratura, una spiegazione fisiologicamente plausibile delle differenti prestazioni tra individui.

**4.** L'obiettivo delle linee di ricerca sarà quello di fornire sia metodiche per l'estrazione dei risultati da dati complessi, sia suggerire linee guida per sviluppi futuri, sia la produzione di grosse moli di dati al fine di individuare complesse correlazioni tra dati eterogenei per ottenere una più omogenea integrazione nell'ambito dei BIG DATA. Un altro aspetto che verrà indagato è, nell'ambito dell'*elearning*, la progettazione e la realizzazione di strumenti dedicati al processo di consapevolezza (*empowerment*) del paziente. La progettazione e realizzazione di tali strumenti, posti al centro dei servizi socio-sanitari, sarà effettuata in modo da essere inclusivi e consentire inoltre ai cittadini di assumere il controllo delle loro necessità mediche.

**5. Modelli di apprendimento approfondito per l'analisi di bioimmagini.** Obiettivo di questa linea di ricerca è quello di investigare su diversi tipi di architetture ad apprendimento approfondito per la soluzione di problemi specifici quali l'identificazione di forme (pattern) in bioimmagini. Si studieranno i modelli ad apprendimento approfondito per la segmentazione semantica delle immagini, con particolare applicazione all'identificazione della localizzazione di proteine PcG sui nuclei delle cellule provenienti da immagini da microscopio.

**D. Interazione Multisensoriale** Vengono studiate le interazioni tra persone e dispositivi, di tipo visuale, uditivo, tattile e propriocettivo. I principali ambiti di indagine sono:

**1. Metodi per il design dell'interazione:**

Interazione multisensoriale continua e progettazione di meccanismi di accoppiamento percezione-azione. A questo scopo si contribuisce allo sviluppo di un repertorio di esercizi di basic design multisensoriale e si conducono analisi di protocollo (*linkographic analysis*). Particolare attenzione viene riservata alla fase di produzione di bozzetti (*sketching*) nel design dell'interazione, per la quale si sviluppano metodi e strumenti.

## 2. Modelli per il suono:

Il *sonic interaction design* si concentra sul suono come veicolo di informazione, significato e caratteri estetico-emozionali in contesti interattivi. La sintesi del suono deve presentare caratteristiche di efficienza, versatilità, e controllabilità in relazione all'interazione tra uomo e artefatto. Un percorso di ricerca riguarda la sintesi per modelli fisici, sia per la simulazione di sistemi acustici esistenti, sia per lo sviluppo di algoritmi, strutture e metodi a supporto della creatività. Un altro percorso di ricerca riguarda l'individuazione di primitive di rappresentazione del suono, sia sul piano tempo-frequenza, sia all'interno di una tassonomia di fenomeni fisici, sia all'interno di una tassonomia di fenomeni articolatori (voce e gesto).

## 3. Interazione non-visuale:

Nel campo della realtà virtuale ed aumentata, si rivolge particolare attenzione ai display aptici e uditivi. La resa multisensoriale di informazioni complesse viene studiata in contesti interattivi (*data exploration*).

## 4. Percezione applicata all'interazione uomo-macchina:

Le tecniche della psicologia sperimentale sono applicate allo studio di dispositivi e modalità di interazione. I modelli predittivi dell'interazione uomo-macchina sono sottoposti a verifica sperimentale in diversi contesti sensoriali.

## 5. Display pubblici:

interazione gestuale con display audio-visuali in ambiente popolato. Studio dei comportamenti di interazione con i display.

## 2. Fondi con i quali si intende attuare la ricerca:

**A.** Finanziamenti provenienti dalla eventuale partecipazione a bandi PON, POR, PRIN, GNCS-INDAM. Fondi provenienti da "Finanziamento delle attività base di ricerca" (G. Fici).

**B.** finanziato da tre fonti principali: un fondo d'Ateneo per la ricerca, un PRIN per giovani ricercatori (S. E. Rombo) e diverse partecipazioni a progetti PON e POR di Ateneo (G. Lo Bosco). Si intende perseguire tutte le opportunità che il panorama nazionale offre (FIRB, PRIN, PON, POR). Ovviamente, il successo di tale proposito dipende in primo luogo dalle opportunità offerte attraverso bandi competitivi ed in particolare rispetto alle competenze del gruppo. In ogni caso, il gruppo è attivamente alla ricerca di collaborazioni con gruppi di biologi per stabilire sinergie nei propri ambiti di ricerca per poi poter presentare progetti comuni. A livello di procacciamento di Fondi Europei, il gruppo è parte del laboratorio presso Unipa Infolife del CINI, un consorzio Interuniversitario. Vi è attività in corso per poter partecipare a progetti in ambito H2020.

INDAM GNCS 2016: "Approcci integrativi e computazionali per l'estrazione di conoscenza da reti funzionali"

Indam GNCS 2017: "Algoritmi e tecniche efficienti per l'organizzazione, la gestione e l'analisi di Big Data in ambito biologico."

Indam GNCS 2018: "Elaborazione ed analisi di Big Data modellati come grafi in vari contesti applicativi."

Fondi provenienti da "Finanziamento delle attività base di ricerca" (G. Lo Bosco).

**C.** Si sottoporranno i progetti di ricerca illustrati sia in ambito regionale (progetti POR), sia in ambito nazionale (PON/GNCS), sia in ambito europeo (H2020). La partecipazione a tali bandi competitivi non garantirà il buon esito della proposta ma certamente darà visibilità al gruppo nei vari scenari in cui le proposte saranno presentate. Inoltre è d'interesse consolidare le già presenti sinergie sia con i gruppi dei diversi campi medici (oftalmologi, ecografisti, patologi,) che insistono sulle ricerche, sia con lo scenario nazionale e internazionale della Computer Science.

Progetto europeo ERASMUS + numero 573664-EPP-1-2016-1-BA-EPPKA2-CBHE-JP dal titolo REady for BUSiness, Integrating and validating practical entrepreneurship skills in engineering and ICT studies.

PON Smart Cities and Communities SCN\_00447 dal titolo ADAPT: Accessible Data for Accessible Prototypes in Social Sector.

PON Ricerca e Competitività 2007-2013 art.13, DM46965 dal titolo Studio Di Strategie Terapeutiche Mediche Innovative Guidate da Imaging Molecolare e Proteogenomica: Applicazione in Oncologia e Neurologia.

Fondi provenienti da “Finanziamento delle attività base di ricerca” (G. Lo Bosco e C. Valenti).

**D.** L'unità di ricerca ha partecipato ad alcune proposte relative al bando PO-FESR2017, delle quali si attende la valutazione. È prevista la partecipazione ad un progetto H2020 e ad un progetto PRIN.

### 3. Livello d'internazionalizzazione:

**A.** Elenco dei partner internazionali con cui è attivata una collaborazione per la realizzazione del progetto:

- Université du Québec, Montreal, Canada
- Université Paris-Est, Francia
- Université Paris Nord, Francia;
- Université Paris Diderot, Francia;
- King's College London, Regno Unito;
- Eötvös Loránd University, Ungheria;
- Universidade Nova de Lisboa, Portogallo;
- University of Helsinki, Finlandia;
- Université Claude Bernard Lyon 1, Francia.

**B.** Il gruppo è già attivo in questo campo con collaborazioni documentate con IBM T.J. Watson Research Center, Harvard University e National Institute of Health (NIH), USA. Tali collaborazioni, in termini di produzione di lavori scientifici, verranno mantenute e possibilmente ampliate. Essendo le attività internazionali del gruppo rivolte soprattutto verso gli Stati Uniti, ci si pone come obiettivo di medio termine lo sviluppo di collaborazioni all'interno dell'Unione Europea.

**C.** Il gruppo ha svolto la propria attività ricerca già da anni in collaborazione con diversi enti di ricerca sia nazionale che internazionale, alcune tra queste collaborazioni hanno prodotto contributi letterari e altre hanno permesso di gettare le basi per possibili progetti futuri. In ambito internazionale è da segnalare la collaborazione con l'University of Dundee, che ha prodotto pubblicazioni di articoli su riviste di prestigio. Inoltre, sono in atto collaborazioni con il Dana-Farber Institute di Boston, con la Riga Technical University in Lettonia, con la Ruse University in Bulgaria e con Vilnius Gediminas Technical University in Lituania, con le quali sono stati attivati progetti di interscambio ERASMUS+, si identificheranno le tematiche per una possibile stesura di progetto da presentare su H2020.

**D.** L'unità ha rapporti stabili di ricerca con le seguenti istituzioni: KTH Stockholm; IRCAM Paris; ZHdK Zurich; Aalborg University Copenhagen.